

Ενότητα 3^η:

Αλγόριθμος Πρωτοβάθμιας Εξίσωσης – Διερεύνηση

Έστω ότι θέλω να λύσω την εξίσωση: $2.x + 4 = 20$

Εξίσωση: $2.x + 4 = 20$ Η λύση είναι: $x = \frac{20-4}{2}$

Όταν η εξίσωση έχει τη γενική μορφή $a.x + b = \gamma$

Η λύση της είναι:

$$x = \frac{\gamma-b}{a}$$

Αρα ένας αλγόριθμος ο οποίος θα απευθυνόταν σε υπολογιστή θα ήταν:

1. Διάβασε τους αριθμούς a , b και γ από το πληκτρολόγιο (ή την οθόνη)
2. Υπολόγισε την ποσότητα $x = \frac{\gamma-b}{a}$
3. Γράψε στην οθόνη την τιμή του x .

Ο παραπάνω αλγόριθμος είναι σωστός αλλά δεν είναι γενικός:

Προσπαθήστε να το εφαρμόσετε για τους παρακάτω συνδυασμούς τιμών:

$a = 3$ $b = 2$ $\gamma = 17$ Δηλαδή: $(3.x + 2 = 17)$

$a = 0$ $b = 3$ $\gamma = 5$ $(0.x + 3 = 5)$ (Προσέξτε ότι: $a=0$ και $\gamma \neq b$)

$a = 0$ $b = 5$ $\gamma = 5$ $(0.x + 5 = 5)$ (Προσέξτε ότι: $a=0$ και $\gamma = b$)

Δηλαδή δε δουλεύει για όλες τις περιπτώσεις

Όταν το $a = 0$ δε λειτουργεί γιατί στον υπολογισμό του $x = \frac{\gamma-b}{a}$ δεν μπορεί να γίνει διαίρεση δια 0.

Πράγματι! Ο τύπος αυτός προκύπτει ως εξής:

$$\alpha \cdot x + \beta = \gamma \Rightarrow \alpha \cdot x = \gamma - \beta \Rightarrow x = \frac{\gamma - \beta}{\alpha} \quad \text{για } \alpha \neq 0 \quad !!!$$

Αν $\alpha = 0$ τότε υπάρχουν δύο περιπτώσεις:

Αν $\beta \neq \gamma$

Τότε η εξίσωση είναι **ΑΔΥΝΑΤΗ**

Π.χ $0 \cdot x + 2 = 12$

Για κανένα x δεν μπορεί να ισχύει:

$$0 \cdot x + 2 = 12 \Rightarrow 0 + 2 = 12 \Rightarrow 0 + 2 = 12 \Rightarrow 2 = 12 \quad !!!$$

Αν $\beta = \gamma$

Τότε η εξίσωση είναι **ΑΟΡΙΣΤΗ**

Π.χ $0 \cdot x + 2 = 2$

Για οποιοδήποτε x ισχύει:

$$0 \cdot x + 2 = 2 \Rightarrow 0 + 2 = 2 \Rightarrow 0 + 2 = 2 \Rightarrow 2 = 2$$

που ισχύει πάντα για κάθε x .

Σημείωση:

Γι' αυτό στα Μαθηματικά λέμε ότι:

$$\frac{2}{0} = \text{Αδύνατον}$$

και

$$\frac{0}{0} = \text{Αόριστο}$$

Ο πλήρης Αλγόριθμος επίλυσης της εξίσωσης $\alpha \cdot x + \beta = \gamma$ είναι:

Διάβασε τους αριθμούς α , β και γ από το πληκτρολόγιο (ή την οθόνη)

Αν $\alpha \neq 0$ τότε

Υπολόγισε την ποσότητα $x = \frac{\gamma - \beta}{\alpha}$

Γράψε στην οθόνη την τιμή του x

Αλλιώς

Αν $\beta \neq \gamma$

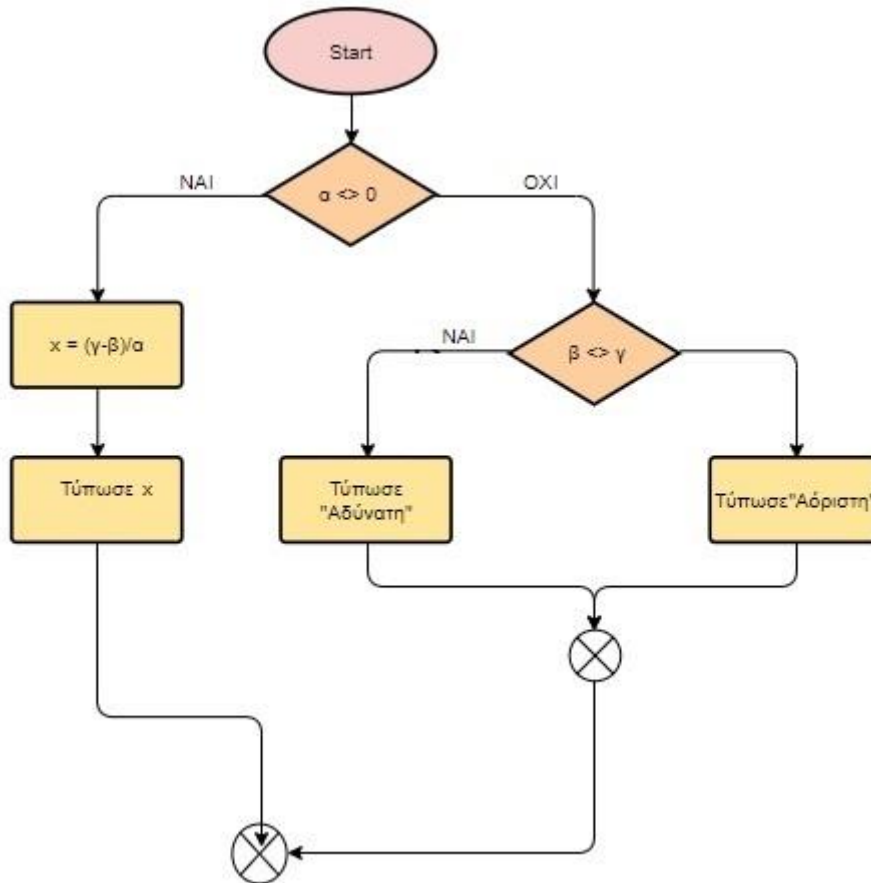
Γράψε στην οθόνη: Η λύση είναι ΑΔΥΝΑΤΗ

Αλλιώς

Γράψε στην οθόνη: Η λύση είναι ΑΟΡΙΣΤΗ

Τέλος Αλγορίθμου

Το λογικό διάγραμμα που περιγράφει την παραπάνω λογική είναι:



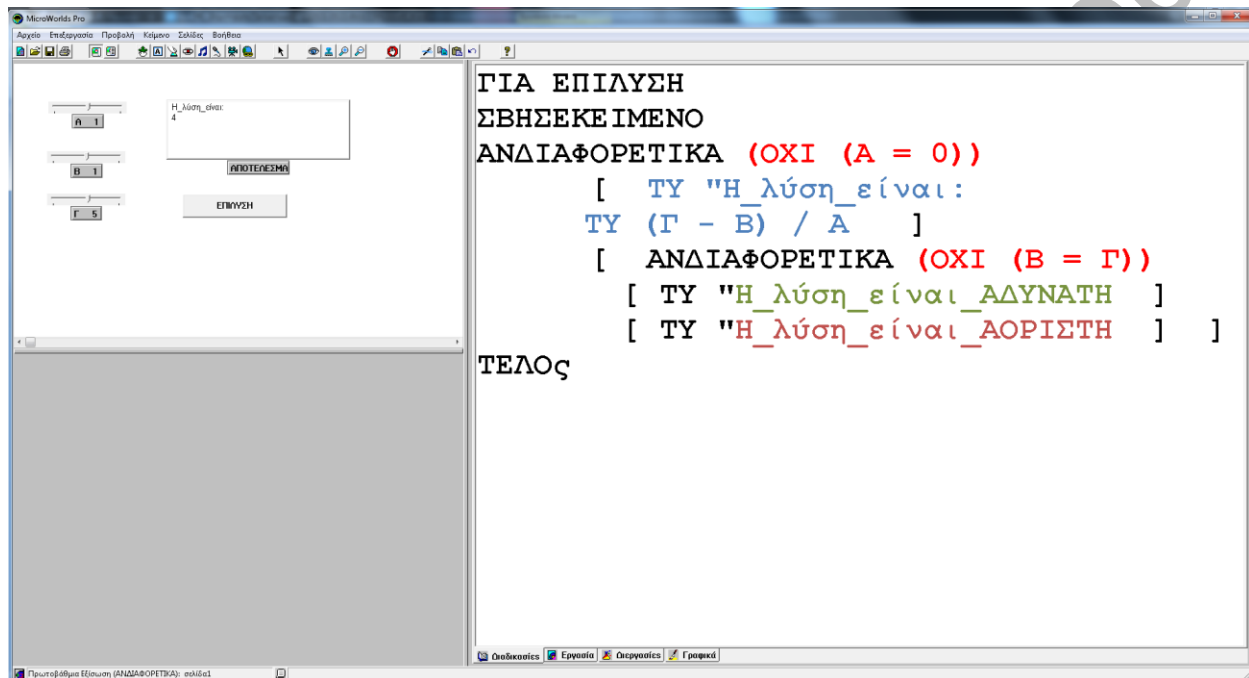
Όλα τα παραπάνω συμβολίζουν πώς σκεφτόμαστε εμείς για λύσουμε μία πρωτοβάθμια εξίσωση. Δηλαδή τον **ΑΛΓΟΡΙΘΜΟ**.

Αν θέλουμε να κατασκευάσουμε κάποια σχετική εφαρμογή στην υπολογιστή πρέπει να μεταφράσουμε τον αλγόριθμο από Ελληνικά σε Γλώσσα Προγραμματισμού. Αν επιλέξω ως Γλώσσα Προγραμματισμού τη LOGO (Χελωνίτσα) τότε προκύπτει ο παρακάτω κώδικας:

Σημείωση: Το **(OXI (A = 0))** συμβολίζει τη σχέση $\alpha \neq 0$

```
ΑΝΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ (ΟΧΙ (A = 0))  
[ ΤΥ "Η_λύση_είναι:  
  ΤΥ (Γ - Β) / Α      ]  
[ ΑΝΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ (ΟΧΙ (B = Γ))  
  [ ΤΥ "Η_λύση_είναι_ΑΔΥΝΑΤΗ ]  
  [ ΤΥ "Η_λύση_είναι_ΑΟΡΙΣΤΗ ] ]
```

Και το πλήρες πρόγραμμα στην εφαρμογή Microworlds Pro φαίνεται ως εξής:



Παραλλαγές της πιο πάνω “Λογικής”

Μια πιο απλή μορφή της εντολής **Αν ... Αλλιώς....** είναι η σκέτη **Αν ...**

Λείπει το **Αλλιώς**. Αν δεν ισχύει η συνθήκη που ρωτάει δεν κάνει τίποτε

Σε LOGO αντί να χρησιμοποιήσουμε την **ΑΝΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ...** χρησιμοποιούμε την **ΑΝ ...**

Έτσι μπορούμε να γράψουμε τον αλγόριθμο με δύο ακόμα τρόπους:

1^η Περίπτωση:

Διάβασε τους αριθμούς α , β και γ από το πληκτρολόγιο (ή την οθόνη)

Αν $\alpha \neq 0$ τότε

Υπολόγισε την ποσότητα $x = \frac{\gamma - \beta}{\alpha}$

Γράψε στην οθόνη την τιμή του x

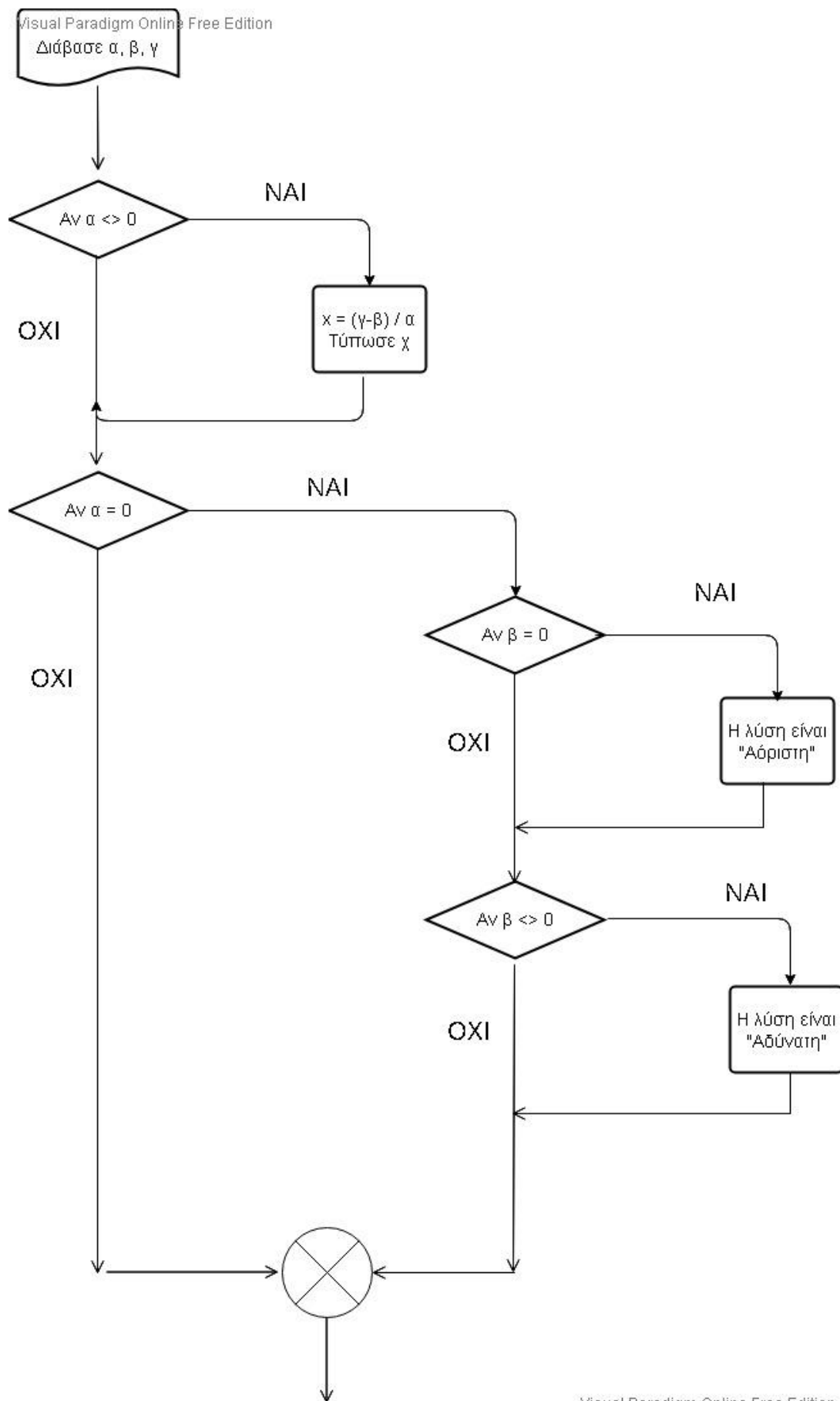
Αν $\alpha = 0$ τότε

Αν $\beta \neq \gamma$

Γράψε στην οθόνη: Η λύση είναι ΑΔΥΝΑΤΗ

Αν $\beta = \gamma$

Γράψε στην οθόνη: Η λύση είναι ΑΟΡΙΣΤΗ



```

ΑΝ (ΟΧΙ (A = 0)) [
    ΤΥ "Η_λύση_είναι:"
    ΤΥ (Γ - Β) / A      ]

ΑΝ A = 0 [
    ΑΝ (Β = Γ) [
        ΤΥ "Η_λύση_είναι_ΑΟΡΙΣΤΗ" ]
    ΑΝ ΟΧΙ (Β = Γ) [
        ΤΥ "Η_λύση_είναι_ΑΔΥΝΑΤΗ" ]
    ]

```

2^η Περίπτωση:

Διάβασε τους αριθμούς α, β και γ από το πληκτρολόγιο (ή την οθόνη)

Αν α ≠ 0 τότε

Υπολόγισε την ποσότητα $x = \frac{\gamma - \beta}{\alpha}$

Γράψε στην οθόνη την τιμή του x

Αν α = 0 και β ≠ γ τότε

Γράψε στην οθόνη: Η λύση είναι ΑΔΥΝΑΤΗ

Αν α = 0 και β = γ τότε

Γράψε στην οθόνη: Η λύση είναι ΑΟΡΙΣΤΗ

```

ΑΝ (ΟΧΙ (A = 0)) [
    ΤΥ "Η_λύση_είναι:"
    ΤΥ (Γ - Β) / A      ]

ΑΝ A = 0 ΚΑΙ (Β = Γ) [
    ΤΥ "Η_λύση_είναι_ΑΟΡΙΣΤΗ" ]
ΑΝ A = 0 ΚΑΙ ΟΧΙ (Β = Γ) [
    ΤΥ "Η_λύση_είναι_ΑΔΥΝΑΤΗ" ]

```