

1^ο ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΘΕΡΜΗΣ

Παραδείγματα Αλγορίθμων

Θα σας φανεί παράξενο πόσον ειδών αλγόριθμοι μπορούν να υπάρξουν!

Σε οποιοδήποτε πρόβλημα που χρειάζεται οδηγίες για να λυθεί, οι οδηγίες αυτές είναι ένας αλγόριθμος (σε γενικές γραμμές)

Παραδείγματα:

A. Συνταγή Μαγειρικής

Μπισκοτάκια Βουτήρου

ΥΛΙΚΑ

250 γρ βούτυρο σε θερμοκρασία δωματίου
2 κσ. σπορέλαιο
120 γρ. ζάχαρη άχνη
1 ασπράδι
2 βανίλιες
1/2 κ.γ. μπέικιν
2 κ. σ. κορν Φλάουερ
Αλεύρι γ.ο.χ. περίπου 350 γρ.
Μαρμελάδα της αρέσκειας πχ βερίκοκο -φράουλα.

ΕΚΤΕΛΕΣΗ

1. Χτυπάμε το βούτυρο με την ζάχαρη άχνη να αφρατέψει
2. Προσθέτουμε το λάδι –ασπράδι -βανίλιες με τελευταίο το αλεύρι.
3. Κάνουμε σχέδια με το κορνέ σας (Η ζύμη είναι μαλακή να μπορεί να περάσει από το κορνέ).
4. Με το πίσω μέρος της ξύλινης κουτάλας κάνουμε τρυπούλα στην μέση και βάζουμε μαρμελάδα. Ψήνουμε σε προθερμασμένο φούρνο στους 180 βαθμούς αέρα για 15 -18 λεπτά
5. Μόλις δείτε τις άκρες να παίρνουν χρώμα είναι έτοιμα

(Πηγή: <https://www.xrysessyntages.gr>)

Τα βήματα της εκτέλεσης είναι Αλγόριθμος.

Παρατηρούμε δύο χαρακτηριστικά:

Σαφήνεια: Κάποιος μη επαγγελματίας, πιθανώς, να ήξερε να φτιάξει τα μπισκοτάκια αλλά δε θα ήξερε να σας περιγράψει τη διαδικασία με σαφήνεια ώστε να μπορέσετε να τα κάνετε και εσείς. Αντίθετα, εδώ τα βήματα είναι καθορισμένα με ακρίβεια (σαφήνεια)

Περατότητα: Σημαίνει να ξέρουμε πότε θα τελειώσει η εκτέλεση. Εδώ είναι το βήμα 5 που μας καθορίζει πότε έχει λυθεί το πρόβλημα (πότε τα μπισκοτάκια είναι έτοιμα).

Σημείωση: Παρακάτω θα δούμε ότι ο κατασκευαστής του αλγορίθμου πρέπει να έχει φροντίσει να βγαίνει σίγουρα αποτέλεσμα ή αν δε βγαίνει να το γνωρίζουμε έγκαιρα.

B. Έκδοση Απολυτηρίου Γυμνασίου

1. Για τα εξεταζόμενα γραπτώς μαθήματα υπολογίζω τον μέσο όρο των βαθμών Α' Τετρ, Β' Τετρ και Γραπτών Εξετάσεων. Για κάθε μάθημα θεωρώ ότι προάγεται αν ο Μέσος Όρος που προκύπτει είναι μεγαλύτερος ή ίσος του 9,5
2. Για τα μη εξεταζόμενα γραπτώς μαθήματα υπολογίζω τον μέσο όρο των βαθμών Α' Τετρ, Β' Τετρ. Για κάθε μάθημα θεωρώ ότι προάγεται αν ο Μέσος Όρος που προκύπτει είναι μεγαλύτερος ή ίσος του 9,5
3. Η "φοίτηση" θεωρείται επαρκής αν οι απουσίες είναι μικρότερες των 114.
4. Αν προάγεται σε όλα τα μαθήματα και η "φοίτηση" είναι επαρκής τότε ο μαθητής Απολύεται (παίρνει απολυτήριο).
5. Αλλιώς α)Αν έχει απορριφτεί σε κάποιο μάθημα επαναλαμβάνει την εξέτασή του σε αυτό το μάθημα μέχρι να το περάσει. β)Αν η φοίτηση είναι ανεπαρκής επαναλαμβάνει την τάξη και επαναλαμβάνει όλα τα παραπάνω βήματα.

Ο παραπάνω αλγόριθμος είναι σαφής, έχει περατότητα αλλά έχει ένα ελάττωμα:

Δεν καλύπτει όλες τις περιπτώσεις. Υπάρχουν υποπεριπτώσεις που δεν λαμβάνονται υπ' όψιν.

Δεν είναι **Γενικός**

Γ. Εύρεση ΜΚΔ δύο αριθμών

Έστω ότι θέλω να βρω τον ΜΚΔ του 24 και του 64

1. Τους αναλύουμε σε πρώτους παράγοντες και τους γράφουμε ως γινόμενο δυνάμεων.
2. Ο ΜΚΔ είναι το γινόμενο που περιλαμβάνει μόνο τους κοινούς παράγοντες στη μικρότερή τους δύναμη.

Π.χ. $24 = 2^3 \cdot 3$

$$64 = 2^5$$

$$\text{ΜΚΔ} = 2^3$$

Ο παραπάνω αλγόριθμος είναι καλός αλλά δεν είναι πραγματοποιήσιμος από όλους. Διότι δεν γνωρίζουν όλοι πώς αναλύουμε αριθμό σε πρώτους παράγοντες.

Ειδικά αν σκοπεύουμε να τον μετατρέψουμε σε πρόγραμμα είναι πολύ δύσκολο να το εξηγήσουμε στον υπολογιστή (ουσιαστικά χρειάζεται άλλος ένας αλγόριθμος για να του το εξηγήσεις)

Γι' αυτό θα χρησιμοποιήσουμε μία άλλη μαθηματική μέθοδο την οποία στη συνέχεια θα τη μετατρέψουμε σε αλγόριθμο.

- Γράφουμε τους δύο αριθμούς δίπλα – δίπλα.
- Κάτω από τον μικρότερο γράφουμε τον ίδιο τον αριθμό και κάτω από τον μεγαλύτερο τη διαφορά τους.
- Αυτό γίνεται μέχρι οι αριθμοί να γίνουν ίσοι. (“μέχρι”: καθορίζει την Περατότητα)
- Αυτοί οι αριθμοί που θα προκύψουν είναι ο ΜΚΔ.

π.χ	24	64
	24	40
	24	16
	8	16
	8	8
	ΜΚΔ = 8	

Η διατύπωση αυτή έχει ορισμένες ατέλειες:

Έλλειψη σαφήνειας:

- Δεν εξηγεί αν “κάτω από τον μικρότερο” εννοεί τον μικρότερο που ήταν στην αρχή (δλ. Πάντα τον 24) ή τον εκάστοτε μικρότερο.
- Δεν εξηγεί ποια “διαφορά τους”. Τον μεγαλύτερο μείον το μικρότερο ή το ανάποδο; (Για τον υπολογιστή δεν είναι προφανές)

Δεν είναι πραγματοποιήσιμος:

Αν θέλω να τον εκτελέσω σε υπολογιστή δεν μπορώ να του πω “Γράφουμε τους δύο αριθμούς δίπλα – δίπλα”

Για το λόγο αυτό τον επαναδιατυπώνω με λίγο αυστηρότερο ύφος:

1. Βρίσκω τον μικρότερο από τους δύο
2. Αντικαθιστώ τον μικρότερο με τον ίδιο τον εαυτό του
3. Αντικαθιστώ τον μεγαλύτερο με τη διαφορά Μεγαλύτερος-Μικρότερος
4. Επαναλαμβάνω τα παραπάνω τρία βήματα μέχρι οι αριθμοί να γίνουν ίσοι.
5. Ο αριθμός στον οποίο θα έχουν καταλήξει θα είναι ο ΜΚΔ τους.

Η παραπάνω διατύπωση είναι Σαφής και Πραγματοποιήσιμη.

Επίσης αυτός που τον σχεδίασε έχει προσθέσει και το σημείο της περατότητας. Δηλαδή γνωρίζει ότι πάντα οι αριθμοί θα γίνουν κάποτε ίσοι. Στην χειρότερη περίπτωση θα γίνουν μονάδα, οπότε $ΜΚΔ = 1$ και είναι πρώτοι μεταξύ τους.

π.χ	7	13
	7	5
	2	5
	2	3
	2	1
	1	1
	ΜΚΔ = 1	

Δ. Λύση Πρωτοβάθμιας Εξίσωσης

Έστω ότι θέλω να λύσω την εξίσωση: $2.x + 4 = 20$

Μία πιθανή διαδικασία θα ήταν να βάλουμε τον υπολογιστή να δοκιμάζει τυχαίες τιμές στο x μέχρι να “πετύχει” τη σωστή.

Το παραπάνω δεν είναι αλγόριθμος. Διότι δεν ξέρουμε αν θα βρει λύση.

Ένας αλγόριθμος πρέπει να έχει πεπερασμένα βήματα, δηλαδή κάποτε να τελειώνουν. Δεν έχει σημασία αν είναι πάρα πολλά, απλά να πλησιάζουν προς τη λύση. Και αν δεν υπάρχει λύση, να δίνει σαφή ένδειξη ότι η λύση είναι αδύνατη και να τερματίζεται.

Ας βρούμε μια καλύτερη μέθοδο:

Εξίσωση: $2.x + 4 = 20$ Η λύση είναι: $x = \frac{20-4}{2}$

Άρα η λύση της γενικής μορφής: $\alpha.x + \beta = \gamma$ Είναι: $x = \frac{\gamma-\beta}{\alpha}$

Άρα ένας αλγόριθμος ο οποίος θα απευθυνόταν σε υπολογιστή θα ήταν:

1. Διάβασε τους αριθμούς α , β και γ από το πληκτρολόγιο (ή την οθόνη)
2. Υπολόγισε την ποσότητα $x = \frac{\gamma-\beta}{\alpha}$
3. Γράψε στην οθόνη την τιμή του x .

Ο παραπάνω αλγόριθμος είναι σωστός αλλά δεν είναι γενικός:

Προσπαθήστε να το εφαρμόσετε για τους παρακάτω συνδυασμούς τιμών:

$\alpha = 3$ $\beta = 2$ $\gamma = 17$ Δηλαδή: $(3.x + 2 = 17)$

$\alpha = 0$ $\beta = 3$ $\gamma = 5$ $(0.x + 3 = 5)$ (Προσέξτε ότι: $\alpha=0$ και $\gamma \neq \beta$)

$\alpha = 0$ $\beta = 5$ $\gamma = 5$ $(0.x + 5 = 5)$ (Προσέξτε ότι: $\alpha=0$ και $\gamma = \beta$)

Η διατύπωση του πλήρους αλγορίθμου αφήνεται για άσκηση

Χαρακτηριστικά Αλγορίθμων:

- **Σαφής**

Κάθε εντολή (οδηγία) να είναι διατυπωμένη με απόλυτη ακρίβεια

- **Γενικός**

Να καλύπτει όλες τις περιπτώσεις, ακόμα και τις πιο σπάνιες

- **Πραγματοποιήσιμος**

Οι εντολές που περιέχει να είναι μπορούν να εκτελεστούν από αυτόν που τις «ακούει»

- **Να έχει πεπερασμένα βήματα (Περατότητα)**

Τα βήματα να μην είναι άπειρα. Μπορούν να είναι πάρα πολλά αλλά σίγουρα όχι άπειρα. Επίσης, αν τελικά δεν μπορεί να βγει αποτέλεσμα, να δίνεται μια σχετική ένδειξη ώστε αυτός που εκτελεί τον αλγόριθμο να σταματάει. (Δηλαδή: Ο κατασκευαστής του Αλγορίθμου να έχει φροντίσει ώστε, αν ο Αλγόριθμος περιλαμβάνει μια επαναληπτική διαδικασία, να οδηγείται σε ένα τέλος ή να δηλώνει ότι δεν έχει λύση.)

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Για κάποιο πρόβλημα μπορεί να υπάρχουν πολλοί αλγόριθμοι επίλυσης. Κανείς δεν είναι καλύτερος ή χειρότερος. Απλά, ο καθένας έχει τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά του. (Θυμηθείτε τους αλγορίθμους εύρεσης του ΜΚΔ)

Ο πλήρης ορισμός του Αλγορίθμου είναι:

Αλγόριθμος είναι μια πεπερασμένη σειρά ενεργειών που περιγράφει τη διαδικασία εκτέλεσης μίας εργασίας ή τον τρόπο επίλυσης ενός προβλήματος. Αυτές πρέπει να είναι αυστηρά καθορισμένες (σαφείς), πραγματοποιήσιμες και εκτελέσιμες σε περασμένο χρόνο (δηλαδή κάποτε να τελειώνουν, πεπερασμένες).

Μερικά σχόλια ακόμη:

1. Η αξία ενός αλγορίθμου δεν είναι να εξηγήσει στον “ακροατή” του γιατί λύνεται έτσι το πρόβλημα αλλά μόνο πώς λύνεται το πρόβλημα. Ο “ακροατής” του αλγορίθμου δε χρειάζεται να καταλάβει τη μέθοδο, απλά να καταλάβει τι θα κάνει.
2. Οι αλγόριθμοι δεν αφορούν μόνο τους υπολογιστές (αν και κατά κόρον εφαρμόζονται στους υπολογιστές). Πάρα πολλοί αλγόριθμοι επινοήθηκαν πολύ πριν την ύπαρξη υπολογιστών. Ο αλγόριθμος για την εύρεση του ΜΚΔ επινοήθηκε από τον Ευκλείδη κατά την Ελληνιστική Περίοδο (περίπου 2000 χρόνια πριν). Ονομάζεται Αλγόριθμος του Ευκλείδη.